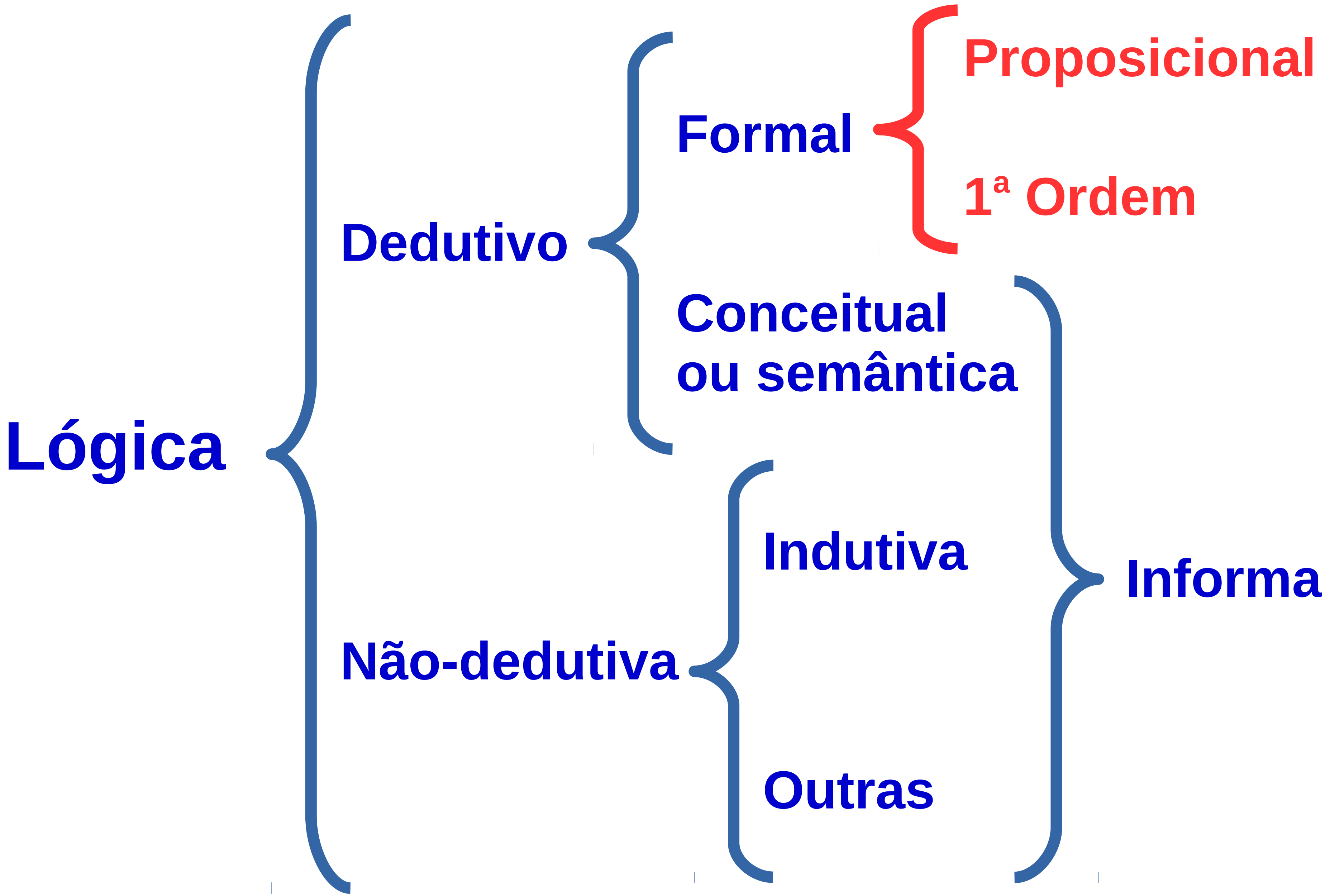
Lógica Formal Proposicional

Regras de Inferência

Professor Mário Hozano

Na aula anterior...


Lógica
Dedutivo
Formal
Proposicional
1ª Ordem
Conceitual
ou semântica
Não-dedutiva
Indutiva
Outras
Informal

Lógica Formal

… é o estudo das *formas de argumento*.

… possui um conjunto de *regras de raciocínio*.

Exemplo de Argumento

Se eu ganhar na loteria, então serei rico

Eu ganhei na loteria.

Logo, sou rico

Exemplo de Argumento

Se eu ganhar na loteria, então serei rico

Eu ganhei na loteria.

Logo, sou rico

Exemplo de Argumento

Se eu ganhar na loteria, então serei rico

Eu ganhei na loteria.

Logo, sou rico

Se A então B.

A.

Logo, B

Exemplo de Argumento

Se eu ganhar na loteria, então serei rico

Eu ganhei na loteria.

Logo, sou rico

Se A então B.

A.

Logo, B

$$\frac{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ A \end{array}}{B}$$

Exemplo de Argumento

Se $\boxed{\textit{eu ganhar na loteria,}}$ *então* $\boxed{\textit{serei rico}}$

$\boxed{\textit{Eu ganhei na loteria.}}$

$\boxed{\textit{Logo, sou rico}}$

Se A então B.

A.

Logo, B

$$\boxed{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ A \\ \hline B \end{array}}$$

Modus Ponens

Expressões Lógicas

Modus Ponens

Premissas

$$A \rightarrow B$$

$$A$$

Conclusão

$$\frac{\quad}{B}$$

Regra de Inferência

Conectivos Lógicos

Conectivos Lógicos

- Negação (~)
- Conjunção (^)
- Disjunção (v)
- Implicação (→)
- Bi-implicação (↔)

Fórmulas Bem Formadas (FBF)

- Se uma fórmula estiver sintaticamente correta, dizemos que ela é uma FBF

- Regras para FBF

1. Qualquer letra do alfabeto é uma FBF
2. Se **α** é uma FBF, então **~α** também é
3. Se α e β são FBFs, então

   $\boldsymbol{\alpha \wedge \beta}$, $\boldsymbol{\alpha \vee \beta}$, $\boldsymbol{\alpha \rightarrow \beta}$, $\boldsymbol{\alpha \leftrightarrow \beta}$

   também são

A fórmula a seguir é uma FBF?

Não

$A \rightarrow B \sim C$

Sim

$(P \rightarrow Q) \wedge \sim\sim W$

Não

$K \sim (B \vee C)$

A fórmula a seguir é uma FBF?

Não

Q ↔ P → ^R

Sim

R → (T ^ ~S)

Não

B v C v (A ← D)

Formalização de Argumentos

Formalização de Argumento

Em lógica proposicional, os argumentos são expressos da seguinte forma:

$$\underbrace{\{<P1>, <P2>, \ldots , <Pn>\}}_{\textbf{Premissas}} \vdash <\text{Conclusão}>$$

Exemplo de Argumento

- *A proposta de auxílio está nos correios.*
- *Se os árbitros a receberem até sexta, eles a analisarão*
- *Portanto, eles a analisarão porque se a proposta estiver no correio, eles a receberão até sexta*

Exemplo de Argumento

- *A proposta de auxílio está nos correios.*
- *Se os árbitros a receberem até sexta, eles a analisarão*
- *Portanto, eles a analisarão porque se a proposta estiver no correio, eles a receberão até sexta*

Exemplo de Argumento

- *A proposta de auxílio está nos correios.* A
- *Se os árbitros a receberem até sexta,* B *eles a analisarão* C
- *Portanto, eles a analisarão* C *porque se a proposta estiver no correio,* A *eles a receberão até sexta* B

Exemplo de Argumento

- *A proposta de auxílio está nos correios.*
- *Se os árbitros a receberem até sexta, eles a analisarão*
- *Portanto, eles a analisarão porque se a proposta estiver no correio, eles a receberão até sexta*

$$\{A, B \to C, A \to B\} \vdash C$$

Regras de Inferência

Modus Ponens (MP)

- Quando um fato é igual ao antecedente de uma implicação, pode-se inferir o consequente

$$\boxed{\begin{array}{l} \alpha \rightarrow \beta \\ \alpha \\ \hline \beta \end{array}}$$

Modus Ponens (MP)

- Quando um fato é igual ao antecedente de uma implicação, pode-se inferir o consequente

$$\frac{\begin{array}{l} \alpha \rightarrow \beta \\ \alpha \end{array}}{\beta}$$

Modus Ponens (MP)

- Prove o argumento da proposta de auxílio

  $\{A, B \rightarrow C, A \rightarrow B\} \vdash C$

Modus Ponens (MP)

- Prove o argumento da proposta de auxílio

  $\{A, B \rightarrow C, A \rightarrow B\} \vdash C$

Resolução:

1. A (pemissa)
2. B → C (premissa)
3. A → B (premissa)

Modus Ponens (MP)

- Prove o argumento da proposta de auxílio

  $\{A, B \to C, A \to B\} \vdash C$

Resolução:

1. A (pemissa)
2. B → C (premissa)
3. A → B (premissa)
4. B (Aplicação de MP em 1 e 3)

Modus Ponens (MP)

- Prove o argumento da proposta de auxílio

  $\{A, B \rightarrow C, A \rightarrow B\} \vdash C$

Resolução:

1. A (pemissa)
2. $B \rightarrow C$ (premissa)
3. $A \rightarrow B$ (premissa)
4. B (Aplicação de MP em 1 e 3)
5. C (Aplicação de MP em 2 e 4 - Conclusão)

Modus Ponens (MP)

- Prove o argumento $\{\sim\sim A \rightarrow (B \rightarrow C), \sim\sim A, B\} \vdash C$

Resolução:

Modus Ponens (MP)

- Prove o argumento $\{\sim\sim A \rightarrow (B \rightarrow C), \sim\sim A, B\} \vdash C$

Resolução:

1. $\sim\sim A \rightarrow (B \rightarrow C)$ (pemissa)
2. $\sim\sim A$ (premissa)
3. B (premissa)
4. $B \rightarrow C$ (MP em 1 e 2)
5. C (MP em 2 e 4 - conclusão)

Eliminação da Negação (EN)

- Em uma *fbf* negada duas vezes, pode-se inferir a própria *fbf*

$$\boxed{\dfrac{\sim\sim\alpha}{\alpha}}$$

Eliminação da Negação (EN)

- Prove o argumento $\{A \rightarrow (B \rightarrow C), \sim\sim A, B\} \vdash C$

Resolução:

Eliminação da Negação (EN)

- Prove o argumento $\{A \rightarrow (B \rightarrow C), \sim\sim A, B\} \vdash C$

Resolução:

1. $A \rightarrow (B \rightarrow C)$	(premissa)
2. $\sim\sim A$	(premissa)
3. B	(premissa)
4. A	(EN em 2)
5. $B \rightarrow C$	(MP em 1 e 4)
6. C	(MP em 3 e 5 – conclusão)

Introdução da Negação (IN)

- Analogamente à regra anterior, uma *fbf* pode ser inferida com negação dupla à própria *fbf*

$$\boxed{\dfrac{\alpha}{\sim\sim\alpha}}$$

Introdução da Negação (IN)

- Prove o argumento $\{\sim\sim A \rightarrow (B \rightarrow C), A, B\} \vdash C$

Resolução:

1. $\sim\sim A \rightarrow (B \rightarrow C)$ (premissa)
2. A (premissa)
3. B (premissa)
4. $\sim\sim A$ (IN em 2)
5. $B \rightarrow C$ (MP em 1 e 4)
6. C (MP em 3 e 5 – conclusão)

Introdução da Conjunção (IC)

- A partir de duas *fbf'*s é possível inferir a conjunção das mesmas

$$\boxed{\dfrac{\alpha \qquad \beta}{\alpha \wedge \beta}}$$

Introdução da Conjunção (IC)

- Prove o argumento $\{C, A \wedge C \rightarrow B, A\} \vdash B$

Resolução:

1. C	(premissa)
2. $A \wedge C \rightarrow B$	(premissa)
3. A	(premissa)
4. $A \wedge C$	(IC em 1 e 3)
5. B	(MP em 2 e 4 - conclusão)

Eliminação da Conjunção (EC)

- A partir de uma conjunção, pode-se inferir qualquer uma das partes

$$\boxed{\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\frac{\alpha \wedge \beta}{\beta}}$$

Eliminação da Conjunção (EC)

- Prove o argumento $\{(A \wedge B) \rightarrow (C \wedge D), \sim\sim A, B\} \vdash D$

Resolução:

1. $(A \wedge B) \rightarrow (C \wedge D)$	(premissa)
2. $\sim\sim A$	(premissa)
3. B	(premissa)
4. A	(EN em 2)
5. $A \wedge B$	(IC em 3 e 4)
6. $C \wedge D$	(MP em 1 e 5)
7. D	(EC em 6 - conclusão)